

## PROSEMINAR: EULERS TRICKKISTE

Raum und Zeit: **wird noch bekanntgegeben**

### EINLEITUNG

Sie wollen lernen, wie man Rekursionsformeln löst oder kompliziert aussehende Summen wie z.B.

$$\sum_{k < n} \binom{n-k}{k} \frac{n}{n-k} z^k$$

in einen expliziten Ausdruck verwandelt? Sie sind also interessiert an der Kunst der Formelmanipulation, die man in den Vorlesungen, die aus gutem Grund vor allem das Konzeptionelle betonen, weniger lernt? Dann dürfte dieses Seminar für Sie interessant werden. Wir gehen nach dem wundervollen Buch [Gra94] vor, das eine Fülle von Tricks zu Manipulation von Formeln, kombinatorischen Berechnungen und komplizierten Abschätzungen, enthält und diese in eine gewisse Systematik zu bringen versucht. Die Autoren sehen diese Art von Mathematik in der Tradition von Leonhard Euler, woraus sich der Titel des Seminars erklärt.

### VORKENNTNISSE

Sie benötigen sichere Kenntnisse aus den Grundvorlesungen Analysis und lineare Algebra.

### VORTRAGSPROGRAMM

#### Rekursionen lösen.

##### 1. REKURSIONEN UND DAS JOSEPHUS-PROBLEM ().

Josephus-Problem: Beschreibung, Mathematisierung, Lösung

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 1.3]

#### Die Kunst der Summe.

##### 2. MEHRFACHSUMMEN UND ALLGEMEINE REZEPTE ().

Rekursionsformeln und geschicktes Rechnen, Manipulation von Mehrfachsummen, i.B. Diskussion etlicher konkreter Beispiele wie Formel (2.34),  $\sum_{1 \leq j < k \leq n} \frac{1}{k-j}$ , Übersicht der allgemeinen Methoden

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 2.1-2.5]

##### 3. INTEGRALE UND UNENDLICHE SUMMEN ().

Verwendung von Integration zur Summenbestimmung, i.B. Formel (2.53). Diskussion der konkreten Beispiele unendlicher Summen auf S. 58ff ...

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 2.6-2.7]

### Fragen zu Rundungen.

#### 4. AUF- UND ABRUNDEN ().

Diskussion von  $\lfloor \log \cdot \rfloor$ ,  $\lfloor \sqrt{\cdot} \rfloor$ , Formel (3.10) und Anwendungen, Intervalle, Casino-Bsp.

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 3.1-3.2 (bis S. 76)]

#### 5. RUNDEN IN FREIER WILDBAHN ().

Spektra, Rekursionen mit Rundungen, Josephus-Problem, Modulo-Rechnung

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 3.2 (ab S. 77)-3.4, vgl. Kapitel 1.3]

#### 6. SUMMATION MIT RUNDUNGEN ().

Formel (3.28) und Beweis,  $\sum_0 \leq k < m \lfloor (nk + x)/m \rfloor$

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 3.5]

### Erzeugende Funktionen.

#### 7. DOMINOS UND WECHSELGELD ().

Diskussion der beiden Probleme

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 7.1]

#### 8. REKURSIONEN LÖSEN ().

Fibonacci-Zahlen, Erweiterungstheoreme, Diskussion ausgewählter Beispiele (z.B. Nummer 4, Nummer 6, ...)

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 7.3]

#### 9. KONVOLUTIONEN ().

Diskussion der Beispiele 1-5

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 7.5]

#### 10. EXPONENTIELLE ERZEUGENDENFUNKTIONEN ().

binomiale Konvolution, Bernoulli-Zahlen, ...

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 7.6]

### Asymptotisches Verhalten.

#### 11. HIERARCHIEN UND $O$ -NOTATION ().

Einteilung in Wachstumsklassen, Definition und Veranschaulichung der  $O$ -Notation, Definition und Abgrenzung von  $o$  und  $\Theta$ , erste Charakterisierungen, i.B. (9.21)-(9.27)

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 9.1-9.3 bis S. 439]

#### 12. EIGENSCHAFTEN DER $O$ -NOTATION ().

Glücksrad, Stirling-Approximation, Primzahlen, evtl. Beispiele 4,5

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 9.3 (ab S. 439)]

#### 13. TRICKS MIT EULER ().

Trick 1 (evtl. Trick 2), Eulersche Summenformel (9.67)

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 9.4-9.5]

#### 14. SPASS MIT EULER ().

Diskussion der verschiedenen Anwendungen, i.B. harmonische Reihe, Stirling Approximation

*Literatur:* [Gra94, Kapitel 9.6]

Notwendig für die erfolgreiche Teilnahme sind:

- Ein 75-minütiger Vortrag; verbleibende Zeit wird für Fragen und Diskussion verwendet werden.
- Der Vortrag soll nicht nur inhaltlich überzeugen. Er soll klar gegliedert, gut durchdacht, verständlich präsentiert und rhetorisch ausgeformt sein, so dass er Interesse und Neugierde weckt, sowie die Zuhörer zur aktiven Mitarbeit einlädt.
- Regelmäßige Anwesenheit und aktive Teilnahme (stellen Sie bitte immer Fragen, wenn sie etwas nicht verstehen). Es wird erwartet, dass Sie sich vor *jedem* Vortrag die entsprechenden Seiten im Buch anschauen!
- Ein Handout von eins bis zwei Seiten zu Ihrem Vortrag, das die wichtigsten Aspekte des Vortrags enthält.
- Eine schriftliche Gliederung des Vortrags (auf maximal einer Seite); diese muss bis spätestens eine Woche vor dem Vortrag mit Herrn Amann abgeklärt werden. Bitte kommen Sie hierzu insbesondere spätestens eine Woche vor Ihrem Vortrag bei Herrn Amann vorbei, um auch etwaige Fragen zu klären und den Vortrag durchzusprechen. Den Stoff Ihres Vortrags sollten Sie bis dahin komplett durchgearbeitet und verstanden haben. In der letzten Woche vor dem Vortrag geht es nur noch um die letzten offengebliebenen Fragen und die vortragstechnische Ausarbeitung.

## Hinweise zur Vorbereitung und zum Halten des Vortrags

Lesen Sie sich in Ruhe die Hinweise des Kollegen Lehn aus Mainz durch:

<http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/seminarvortrag>

- Beginnen Sie frühzeitig mit der Vorbereitung und nutzen Sie Sprechstunden und sonstige Betreuungsangebote. Dadurch vermeiden Sie Unklarheiten über die Kernaussagen, die Ihr Vortrag enthalten soll (Stichwort: Themaverfehlung).
- Berücksichtigen Sie bei der Vorbereitung, was in den Vorträgen vor bzw. nach Ihrem eigenen Vortrag vorgesehen ist – im Zweifel sollten Sie sich mit den anderen Vortragenden absprechen, damit es nicht zu Lücken, Inkonsistenzen oder Überschneidungen kommt.
- Machen Sie einen Probevortrag (versuchen Sie irgendwo einen Raum mit Tafel dafür zu bekommen), um Sicherheit zu gewinnen.
- Die Ausarbeitung und das Handout sind eine gute Gelegenheit, das Textsatzsystem  $\text{\LaTeX}$  besser kennenzulernen.
- Die Klarheit von Definitionen und Begriffen hat höchste Priorität. Eine unverständliche Definition ist (noch) schlimmer als eine unverständliche Rechnung.
- Versuchen Sie immer den Kern und die Idee einer komplizierten Aussage auszudrücken, bevor Sie ins Detail gehen. Möglichst viele Beispiele machen den Vortrag verständlicher.
- Schreiben Sie lesbar und planen Sie Ihr Tafelbild vorher. Alle Definitionen müssen an der Tafel stehen. Sprechen Sie laut und deutlich.
- Das fachliche Beherrschen des Stoffs ist die Grundlage von allem. Ist diese aber gelegt, versuchen Sie auch einen Vortrag zu halten, dem man gerne zuhört. Kleben Sie nicht zu sehr an Ihrem Zettel. Zeigen Sie Elan. Haben Sie keine Angst vor Zwischenfragen, da Kommunikation mit dem Publikum einen Vortrag immer

lebendiger macht. Machen Sie mal eine humorvolle Zwischenbemerkung...Lachen erhöht die Konzentration des Publikums.

#### LITERATUR

- [Gra94] Ronald L. and Knuth Graham Donald E. and Patashnik, *Concrete mathematics*, Second, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1994. A foundation for computer science.

#### KONTAKT:

Roman Sauer, [roman.sauer@mathematik.uni-regensburg.de](mailto:roman.sauer@mathematik.uni-regensburg.de)

Manuel Amann, [mamann@uni-muenster.de](mailto:mamann@uni-muenster.de)